

Несмотря на некоторый разброс, область оптимальных настроек достаточно мало зависит от номера реализации.

Устойчивость системы в рассматриваемых диапазонах изменения настроек подтверждается наличием выраженного аттрактора на фазовой плоскости (рис. 14) $H(t) - (d/dt)H(t)$.

На практике, в регуляторе должно быть установлено максимально возможное значение k_2 , после чего следует совместно подбирать значения k_1 и k_3 . При этом следует отметить низкую чувствительность системы к изменению последних. Рис. 13 иллюстрирует, что при изменении $k_1 \in [0,35; 0,75]$ с, т. е. на 53 %, качество регулирования изменилось в пре-

делах $R(k_1, k_2=20; k_3=-6,1) \in [1,11; 1,46]$, т. е. на 24 %. Это важно с той точки зрения, что, поскольку система является стохастической, значения оптимальных настроек регулятора будут меняться от реализации к реализации (подобно рис. 13). Низкая чувствительность системы к настройкам регулятора, следовательно, является положительным фактором.

Таким образом, применение предикатора Смита в качестве фильтра в системе с объектом со стохастически меняющимися свойствами позволило существенно (на 40 %) улучшить в данном конкретном случае качество регулирования и сформулировать простые правила оптимальной настройки ПИ-регулятора и усилителя при предикаторе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Затонский А.В. Компенсация недоступности информации в подсистеме управления сложной технической системой // Математические методы в технике и технологиях: Международ. науч. конф.: сб. науч. тр. Вып. 21. Т. 2. — Саратов, 2008. — С. 54—58.
2. Черных С.В. Советы пользователям раздела Simulink: блок передаточной функции с переменными коэффициентами. 2009.

URL: <http://matlab.exponenta.ru/simulink/book2/15.php> (дата обращения: 03.09.2009).

3. Филимонов А.Б. Спектральный метод построения упределителей для объектов с запаздыванием // Мехатроника, автоматизация и управление. — 2006. — № 6. — С. 2—8.

Поступила 08.09.2009 г.

УДК 519.7:519.81

ПОДХОД К СГЛАЖИВАНИЮ И РЕКОНСТРУКЦИИ ФОРМЫ СОСТОЯНИЙ СТОХАСТИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ ЭТАЛОНОВ

С.И. Колесникова, Е.В. Волченко*

Томский политехнический университет
Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники
E-mail: skolesnikova@yandex.ru

*Государственный университет информатики и искусственного интеллекта МОН Украины, г. Донецк, Украина

Рассматривается подход к сглаживанию (фильтрации) и реконструкции тренда фрагментов временных рядов как модели состояний стохастических динамических систем. Подход реализуется в виде алгоритмов формирования обобщенных эталонов состояний многомерного временного ряда, сглаживания временного ряда на их основе, формирования признаков состояний как формы функциональной зависимости на основе совмещения методов прямой экстраполяции, разностных схем и обобщенных эталонов состояний ряда. Приводятся данные численного моделирования.

Ключевые слова:

Состояние динамической системы, методы распознавания образов, временной ряд, эффективность распознавания, интеллектуальная система, весовые коэффициенты.

Key words:

Dynamical system state, methods of pattern recognition, time series, effectiveness of recognition, intelligence system, weight coefficients.

В настоящее время полное изучение многомерного и многопараметрического динамического объекта (в общем случае, нелинейного и зашумленного, то есть, сложного) — достаточно трудная задача [1—8], часто успешно аналитически решаемая при размерности системы не более двух; при размерности, равной трем реальные результаты возможны

благодаря новым вычислительным технологиям (в частности, нейросетевым [3]); при размерности, равной или большей четырех, возникают непреодолимые трудности даже при современных вычислительных технологиях. В настоящее время практически не существует какого-либо единого формализованного подхода в этом направлении [3, 4].

С формальной точки зрения процессы в динамической системе можно интерпретировать как случайные процессы, являющиеся носителями информации во времени и пространстве и определяемые в виде двойки $\{T, Y\}$, где множество T определяет область задания процесса, а множество Y — область его значений. Для непрерывных сигналов множества T и Y являются бесконечными, а для дискретных сигналов, ограниченных по длительности, данные множества являются конечными и реализуются в виде временных рядов [4–10].

Новые подходы к анализу сложного динамического объекта (ДО) в настоящее время так или иначе связаны с применением методов распознавания образов (как для слабоформализованных, или плохообусловленных задач в силу присутствия разного вида неопределенностей). Так, в подходе, предложенном в [2] и основанном на применении методов статистического моделирования и распознавания образов, изучается поведение в фазовом пространстве 4-х типов фазовых траекторий (при дискретизации — временных рядов) — устойчивых состояний равновесия, устойчивых предельных циклов, хаотических и стохастических движений в ограниченной области фазового пространства (аттракторов). В работе [9] рассмотрена постановка задачи распознавания состояний динамических объектов на основе временных рядов, где под признаками состояний понимались коэффициенты Фурье-разложения.

В работах [11–13] под состоянием понималось подмножество значений фазовых траекторий с характерными свойствами. Используемые в [11] подходы к решению задачи распознавания состояний ДО опираются на модификации известных методов (эталонных, ближайших соседей), выраженные, главным образом, в новом подходе к выбору информативных характеристических признаков (эталонных, градаций квантования временного ряда) и используемых метрик (функция относительного сходства, информационная метрика), а также к корректному использованию коллективных правил. Экспериментальные исследования, проведенные в условиях разного типа и уровня шумов, показали работоспособность предложенных подходов.

В данной работе представлены результаты продолжения исследований, начатых в работах [11–19], а именно: экстраполирование результатов методов сокращения взвешенной выборки на осуществление сглаживания (фильтрации) временных рядов, являющихся моделью стохастических динамических объектов, а также на кусочной аппроксимации фрагментов временных рядов как состояний [19].

Основные понятия. Постановка задачи

Общая схема распознавания нового объекта, не входящего в обучающую выборку, на основе метода эталонов достаточно проста и известна (см., например, [15]): формируются по известным преце-

дентам эталоны каждого класса (образа) со значениями признаков, равных среднему арифметическому значений признаков объектов, образующих класс. Новый объект относят к тому классу, расстояние (как правило, евклидово) до эталона которого минимально. Недостатки данного метода также хорошо известны [15], в частности, метод имеет плохое качество распознавания в случае разной структуры классов (разного среднего внутриклассового расстояния).

В работе [16] показано, что для повышения надежности распознавания целесообразно применение FRiS-функции (*Function of Concurrent (Rival) Similarity*) как меры конкурентного сходства, корректно работающей и в случае разной структуры классов. Применение FRiS-функции для данного случая заключается в следующем. Обозначим множества эталонов классов Ω_1 и Ω_2 через U_1 и U_2 , соответственно, $U_1 \cup U_2 = U$. Вычисляем значения степени относительного сходства исследуемого нового объекта Y^* с ближайшими эталонами каждого из классов:

$$\gamma_{1/2} = F_{u/v} = \frac{r_u - r_v}{r_v + r_u}, \quad \gamma_{2/1} = F_{v/u} = \frac{r_v - r_u}{r_v + r_u},$$

где r_u и r_v — минимальные расстояния от объекта Y^* до ближайших u -го и v -го эталонов классов Ω_1 и Ω_2 , соответственно, с учетом их весовых коэффициентов. Решение принимается в пользу максимального значения степени сходства $i = \arg \max(\gamma_{1/2}, \gamma_{2/1})$.

В [17] изложен метод формирования эталонов, обладающий следующими особенностями. *Во-первых*, в нем используется принцип относительности расстояний, заключающийся в следующем: объект с номером j исходной выборки образуют новый G -эталон (*Generalized etalon*) определенного класса с центром в точке ρ , если расстояние от объекта j до выбранной точки ρ меньше расстояния от объекта j до конкурирующей точки ρ^c ($r_{\rho} < r_{\rho^c}$); объект, расстояние от которого до начальной точки ρ больше расстояния между начальной ρ и конкурирующей ρ^c точками в новый G -эталон не включаются. *Во-вторых*, каждый класс может иметь несколько G -эталонных, выражающих его пространственную (геометрическую) индивидуальность в вычисляемых весовых коэффициентах (как показателей «типичности» класса), пропорциональных числу исходных объектов, вошедших в него. *В-третьих*, центром каждого G -эталона является существующий в выборке объект в отличие от фиктивного в традиционном методе эталонов.

Без ограничения общности для простоты изложения положим $\Omega = \{\Omega_1, \Omega_2\}$. Далее обозначения r_{xy} и $r(x, y)$ будем считать идентичными.

Суть метода (см. ниже алгоритм G) состоит в следующем. Выбирается объект ρ («центр» G -эталона), наиболее удаленный $\left(\rho = \arg \max_{i=1, |\Omega_1|} \sum_{j=1}^{|\Omega_2|} r_{ij} \right)$ от всех объектов выборки $\Omega = \{\Omega_1, \Omega_2\}$; выбирается

объект другого класса $\rho^c = \arg \min_{j=1, |\Omega_2|} r_{\rho j}$, наиболее

близкий к точке ρ (конкурирующая точка формирования G -эталона). Во множество U_ρ включаются объекты по правилу: 1) расстояние от точки ρ до объектов меньше расстояния до точки ρ^c ($r_{\rho j} < r_{\rho^c j}$); 2) расстояние от точки ρ до объектов меньше расстояния между начальной ρ и конкурирующей ρ^c точками. Признаками G -эталона являются усредненные значения признаков объектов, его образующих, весовой коэффициент G -эталона равен числу объектов, вошедших в него.

Определим состояние ДО как подмножество фрагментов реализаций дискретизованных фазовых траекторий (принадлежащих одному сегменту соответствующего временного ряда), выраженных подмножеством характеристических признаков с определенными свойствами, статистически устойчиво наблюдаемыми, а также весовые коэффициенты признаков, отражающие их индивидуальный вклад в различимость фрагментов реализаций фазовых траекторий из разных сегментов.

Общая постановка задачи. Пусть задан случайный процесс

$$\{X, Y\} = \{X(t), Y(t), t_0 \leq t \leq T\}, Y(t) = f(X(t), \xi(t)), (1)$$

характеризующий состояние ДО, где $X(t)$ – вектор ненаблюдаемых переменных состояния системы; $Y(t)$ – случайная наблюдаемая векторная функция; $\xi(t)$ – шум достаточно общей природы с нулевым средним и конечной дисперсией. Относительно динамики поведения случайного процесса (1) на $[t_0, T]$ выдвинуто $I > 1$ альтернативных гипотез $\Omega = \{\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_I\}$, составляющих полную группу событий и интерпретируемых как классы состояний ДО. Другими словами, фрагмент реализации случайного процесса (1) может находиться только в одной из заданных (экспертом, или по обучающей выборке) областей (классов) $\Omega_i, i = \overline{1, I}$. Наблюдение осуществляется в соответствии с дискретным планом $t \in \{t_0, t_1, \dots, t_N\}, t_j = t_0 + j\Delta, j = \overline{1, N}$, по реальному ДО или его модели, в общем случае нелинейной и нестационарной. Задача распознавания состояний ДО состоит из следующих подзадач:

- 1) формирование информативных характеристических признаков, а также их весовых коэффициентов и классификационных признаков (решающих правил);
- 2) отнесение наблюдаемых реализаций $Y(t)$ в момент t или на интервале времени $(t_0, t_0 + \tau - 1)$ к одному из заданных состояний (классов) $\{\Omega_1, \dots, \Omega_I\}$.

Решение 1-й подзадачи тесно связано с проблемой выявления закономерностей в исходном пространстве измеренных первичных признаков (значений многомерного временного ряда как модели ДО). Известно [15], что недостаточная информативность характеристических признаков не может гарантировать получение высокого качества классификации объектов из генеральной совокупности

даже коллективом правил. В пользу этой концепции свидетельствуют весьма обширные теоретические и экспериментальные исследования, из которых следует, что использование разных алгоритмов, реализующих разные подходы, а также коллективов алгоритмов приводят к примерно одному и тому же уровню ошибок для конкретного обучающего множества.

Решение задачи

Кратко изложим алгоритмы формирования характеристических признаков как системы обобщенных эталонов, на основе которых возможно решение трех задач: распознавания состояний ДО, модель характеристик которого задана в виде многомерного временного ряда; сглаживания временного ряда; идентификации тренда фрагмента временного ряда, соотнесенного с состоянием ДО (признака формы). Далее для алгоритмов будем использовать обозначение: имя алгоритма (входные параметры, переменные; выходные параметры, переменные).

1. Алгоритм формирования системы G -эталонов $G(U; U_G)$ (*generalized etalon*). Нижеизложенный алгоритм G соединяет в себе достоинства FRIS-функции [16] и метода эталонов [17].

На входе алгоритма G – обучающая выборка $U = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_n\}$ в виде размеченного временного ряда, объект (значение временного ряда) Y_i принадлежит одному из состояний Ω_1 или Ω_2 (без ограничений общности), где $Y_j = (a_{j1}, \dots, a_{jg})$, a_{j1}, \dots, a_{jg} – значения g признаков для каждого объекта Y_j ; на выходе – множество G -эталонов $U_G = \{G_1, G_2, \dots, G_m\}$, $m \leq n$, $G_j = (a_{j1}, \dots, a_{jg}, w_j)$, где a_{jk} – усредненные значения признаков для каждого G -эталона Y_j , w_j – число объектов, вошедших в G -эталон G_j . Под признаками a_{j1}, \dots, a_{jg-1} могут пониматься измеренные по наблюдаемому процессу показания $g-1$ датчиков в момент времени t , значение которого принимается в качестве g -го признака. Далее следуют основные шаги алгоритма G .

- 1) Положить $U_G := \emptyset$, $U_{i2} := \{Y_k, k \in (1, \dots, n_1 + n_2)\}$.
- 2) Найти всевозможные расстояния для всех объектов из состояний Ω_1 и Ω_2 :

$$r_{kl} = \sqrt{\sum_{e=1}^g (a_{ke} - a_{le})^2}, k, l \in \{1, \dots, n_1 + n_2\}, \text{ где } n_i - \text{число дискретных отсчетов, приходящихся на}$$

состояние Ω_i , $\sum_{i=1}^I n_i = n$.

- 3) Найти начальную точку формирования G -эталона $\rho = \arg \max_{k=1, |\Omega_1|} \sum_{l=1}^{|\Omega_2|} r_{kl}$ и точку формирования конкурирующего G -эталона $\rho^c = \arg \min_{l=1, |\Omega_2|} r_{\rho l}$.

- 4) Сформировать множество объектов, вошедших в G -эталон с центром в точке ρ

$U_p = \{Y_l | r_{pl} < r_{p'p}, r_{pl} < r_{p'p}\}$ со значениями признаков, равными $a_{p1}, \dots, a_{pg}, w_p, a_{jp} := w_p^{-1} \sum_{l=1}^{w_p} a_{jl}, w_p = |U_p|$.

5) Удалить из U_{12} объекты U_p :

$$G_p := U_p, U_{12} := U_{12} \setminus U_p, U_G := U_G + G_p.$$

6) Вернуть U_G .

2. Алгоритм распознавания состояния наблюдаемого объекта $R(Y^*, \{G_j\}; i_0)$ (recognition). Для распознавания нового объекта Y^* (измерения значения временного ряда) определяются расстояния от него до всех G -эталонов, выбираются ближайшие два G -эталона из разных классов, и по расстояниям до них вычисляются значения функции FRiS-функции [16]. Решение принимается в пользу того класса, значения FRiS-функции для которого максимально.

На входе алгоритма R – наблюдаемое значение временного ряда (объекта) $Y^* = (a_1, \dots, a_g)$; набор G -эталонов $G = \{G_j, j = \overline{1, m_i}\}$ для состояний $\Omega_i, i = \overline{1, I}$; m_i – число эталонов для i -го состояния; весовые коэффициенты $\{w^i, i = \overline{1, I}\}$ – относительный вес состояний, как отношение числа дискретных отсчетов, соотношенных с $\Omega_i, i = \overline{1, I}$, к общему числу отсчетов ВР; на выходе – номер i_0 ($i_0 \in \{1, \dots, I\}$) состояния, в пользу которого принимается решение. Далее следуют основные шаги алгоритма R .

1) Вычислить расстояния $\{r(Y^*, G_j^i), j = \overline{1, m_i}, i = \overline{1, I}\}$ от объекта Y^* до всех эталонов $G = \{G_j^i, j = \overline{1, m_i}\}$ по формуле

$$r(Y^*, G_j^i) = w^i \sqrt{\sum_{l=1}^g (a_l - a_{jl}^i)^2}.$$

2) Найти ближайшие два эталона из разных классов G^{i_1}, G^{i_2} ,

$$i_1 = \arg \min_{i=\overline{1, I}; j=\overline{1, m_i}} r(Y^*, G_j^i),$$

$$i_2 = \arg \min_{i=\overline{1, I}; i \neq i_1; j=\overline{1, m_i}} r(Y^*, G_j^i).$$

3) Сформировать функции конкурентного сходства по формулам: $F_{i_1/i_2} = (f_{i_2} - f_{i_1}) / (f_{i_1} + f_{i_2})$ для сходства Y^* с классом Ω_{i_1} в конкуренции с Ω_{i_2} , и $F_{i_2/i_1} = (f_{i_1} - f_{i_2}) / (f_{i_1} + f_{i_2})$ для сходства Y^* с Ω_{i_2} в конкуренции с Ω_{i_1} . Здесь f_i и f_j – расстояния от Y^* до Ω_i и Ω_j , соответственно.

4) Вернуть $i_0 = \arg \max(F_{i_1/i_2}, F_{i_2/i_1})$.

3. Алгоритм сглаживания временного ряда $F(U_G, \{Y_l\}, w_0; U_G')$ (filtering). Фильтрующий (сглаживающий) алгоритм F без ограничения общности излагается для 2-х состояний (классов). Общая схема формирования фильтрующих G -эталонов следующая. Для нового измерения сначала распознается номер состояния (см. алгоритм R). Далее выполняется проверка на близость к G -эталонам «своего» и конкурирующего классов с учетом весовых коэффициентов G -эталонов. Если добавляемый объект находится ближе к G -эталону «своего» класса, то

выполняется корректировка значений признаков этого G -эталона. Если добавляемый объект находится ближе к G -эталону «чужого» класса, то он объявляется новым G -эталонном с единичным весом. По окончании процесса «незначимые» G -эталоны с весовыми коэффициентами, меньшими порогового, удаляются.

Степень «близости» измеряется на основе введенного коэффициента относительного сходства между наблюдаемым объектом Y_l^* и G -эталонном

$$G_j = (a_{j1}, \dots, a_{jg}): \lambda_{lj} = w_j \left(\sum_{e=1}^g (a_{le}^* - a_{je})^2 \right)^{-1}, \text{ обратно}$$

пропорционального расстоянию между объектом и G -эталонном.

На входе алгоритма F – множество G -эталонов $U_G = \{G_1, G_2, \dots, G_m\}$, $G_j = \{a_{j1}, \dots, a_{jg}, w_j\}, j = \overline{1, m}$ и множество наблюдаемых объектов $Y_l^* = \{a_{l1}^*, \dots, a_{lg}^*\}, l = \overline{1, L}$ в виде измерений $(g-1)$ -мерного временного ряда (признак a_{lg}^* – номер временного отсчета для измерения Y_l^*), а также – параметр фильтрации w_0 ; на выходе – множество сглаживающих пороговых G -эталонов $U_G' = \{G_1', G_2', \dots, G_m'\}$, $G_j' = \{a_{j1}, \dots, a_{jg}, w_j'\}, j = \overline{1, m'}$. Далее следуют основные шаги алгоритма F .

1. Положить $G_j' := G_j, m' := m, j = \overline{1, m'}, U_G' := U_G$.
2. Вычислить коэффициенты относительного сходства между наблюдаемым объектом Y_l^* и всеми G -эталонами G_j' состояния Ω_i :

$$\lambda_{lj} = w_j \left(\sum_{e=1}^g (a_{le}^* - a_{je})^2 \right)^{-1}.$$

3. Найти ближайшие G -эталоны «своего» класса $\alpha = \arg \max_{j=\overline{1, m}, G_j' \in \Omega_{i^*}} \lambda_{lj}, i^* = \arg \max(F_{i_1/i_2}, F_{i_2/i_1})$ и клас-

са-конкурента $\beta = \arg \max_{j=\overline{1, m}, G_j' \notin \Omega_{i^*}} \lambda_{lj}$. Эталон

$G_j' \in \Omega_{i^*}$, если $t_{i-1} \leq a_{jg} < t_i$, где интервал (t_{i-1}, t_i) соотношен с состоянием Ω_{i^*} .

4. Принять решение $Y_l^* \in G_{\alpha}'$, и значения признаков G -эталона G_{α}' пересчитать:

$$a_{\alpha j} := \frac{a_{\alpha j} \cdot w_{\alpha} + a_{lj}^*}{w_{\alpha} + 1}, w_{\alpha} := w_{\alpha} + 1,$$

если $\lambda_{l\alpha} - \lambda_{l\beta} \geq \delta$, δ – параметр оптимизации.

5. Принять решение $Y_l^* \in G_{\beta}'$, и значения признаков G -эталона G_{β}' пересчитать:

$$a_{\beta j} := \frac{a_{\beta j} \cdot w_{\beta} + a_{lj}^*}{w_{\beta} + 1}, w_{\beta} := w_{\beta} + 1,$$

если $\lambda_{l\alpha} - \lambda_{l\beta} < -\delta$.

6. Принять решение $m' := m' + 1, G_m' := Y_l^*, w_m' := w_l'$, если $(|\lambda_{l\alpha} - \lambda_{l\beta}| < \delta)$.
7. Удалить из U_G' объекты G_u' : $U_G' := U_G' \setminus G_u', w_u' < w_0$.
8. Вернуть $U_G' = \{G_1', G_2', \dots, G_m'\}$.

3. Алгоритм $PM(U_G; v_0)$ реконструкции фрагмента нестационарного временного ряда (process modeling). Алгоритм реконструкции фрагмента временного

ряда, содержательно соотношенного с состоянием динамического объекта, основан на аппроксимационных (сглаживающих) свойствах G -эталонных, на совмещении одновременного использования метода прямой экстраполяции [8] и авторегрессионных моделей [5], что позволяет учесть достоинства обоих методов [19]. Суть метода прямой экстраполяции [8] состоит в определении параметров для всех моделей-претендентов и выборе одной из них в смысле заданного критерия качества. Однако, как показано в [5], выбор наиболее значимой модели (в смысле F -критерия) из нескольких заданных с разным функциональным видом неоднозначен.

Суть подхода, реализованного в алгоритме PM , в установлении соответствия между классом кривых и области допустимых значений коэффициентов AR -моделей [19], однозначно им соответствующих, и дальнейшего применения подхода распознавания образов: нахождение расстояний в евклидовой метрике между векторами коэффициентов AR -моделей, соответствующих кривым и совокупности построенных по временному ряду G -эталонам.

На входе алгоритма PM — множество G -эталонных $U_G = \{G_1, G_2, \dots, G_m\}$, с координатами j -го G -эталона: (y_j, t_j) , $y_j = Y(t_j)$, $j = \overline{1, m}$, и весовым коэффициентом w_j ; на выходе — признаки состояний ДОО: коэффициенты авторегрессии $a^i = a_1^i, \dots, a_p^i$, $i = \overline{1, I}$ (AR -модели), соотношенной с G -эталонами каждого состояния; уравнение кривой состояния ДОО. Далее следуют основные шаги алгоритма PM .

- 1) Выделяем на интервале длительностью T_i , соотношенном состоянию Ω_i , κ_i равномерно расположенных точек ($\kappa_i > 2$): $t_{i0}'' = t_i, \dots, t_{i\ell}'' = t_i + \ell h_i, \dots, t_{i\kappa_i}'' = t_{i+1}$, где $T_i = t_{i+1} - t_i$, $h_i = T_i / \kappa_i$.
- 2) Сопоставляем каждой l -й точке $t_{il}'' (l \in \{1, \dots, \kappa_i\})$ усредненный G_a -эталон, значение ординаты которого равно: $y_l' = v_l^{-1} \sum_{e \in V_l} y(t_e')$, где V_l — множество G -эталонных, уложившихся в интервал $(t_{il}'', t_{i(l+1)}'')$, $v_l = |V_l|$ — мощность множества V_l (число G -эталонных в l -м интервале); если $\forall j = \overline{1, m} - t_j' \in (t_{il}'', t_{i(l+1)}'')$, (в интервал $(t_{il}'', t_{i(l+1)}'')$ не попало ни одного G -эталона), то в качестве ординаты и абсциссы l -го G_a -эталона полагаем значения ординаты и абсциссы предыдущего G -эталона.
- 3) Полагаем значения G_a -эталонных $\{y_l', \dots, y_{\kappa_i}'\}$ в качестве исходных данных для построения модели $AR(p)$:

$$(a_1, \dots, a_p) = \arg \min_{a_j \in R} \sum_{l \in \{1, \dots, \kappa_i\}} (y_l' - \sum_{j=1}^p a_j^i y_{l-j}')^2.$$

- 4) Определяем коэффициенты AR -моделей a_1^v, \dots, a_p^v , $v = \overline{1, n}$, для заданных классов моделей функциональных зависимостей (n — мощность класса), сформированных на основе Z -преобразования (см. пример ниже).
- 5) Сопоставляем каждой функциональной зави-

симости и AR -модели для наблюдаемых значений временных рядов в p -мерном базисном пространстве, $p = \max(p^*, p^v)$, координатами которого служат значащие коэффициенты AR -модели, точки, $a^* = (a_1^*, \dots, a_p^*)$, $a^v = (a_1^v, \dots, a_p^v)$, $v = \overline{1, n}$.

6) Вычисляем расстояние

$$r(a^*, a^v) = \sqrt{\sum_{j=1}^p (a_j^* - a_j^v)^2}.$$

Принимаем решение в пользу v_0 -й модели функциональной зависимости $v_0 = \arg \min_v r(a^*, a^v)$.

Замечания.

1. Изложенный выше алгоритм PM формирует признаки формы состояний ДОО, не зависящие от значений параметров кривой, т. е. по сути является непараметрическим. При необходимости уточнение модели фрагмента (состояния) временного ряда можно осуществить подгонкой параметров выбранной модели функциональной зависимости.
2. Как известно [5, 8, 19], в случае статистической значимости нескольких регрессионных моделей ввиду разной формы их функциональной зависимости выбор наилучшей оказывается весьма затруднительным и, как правило, разрешается только экспертно. Разностная схема вышеприведенного алгоритма PM позволяет это осуществить в силу статистической эквивалентности разностной схемы и процессов авторегрессии — скользящего среднего порядка $ARMA(p, p)$ [19, 20].

Теоретическое обоснование алгоритма реконструкции PM . Из функционального анализа (см., например [20]) и работы [19] следуют утверждения.

Пусть L — линейное нормированное пространство числовых последовательностей.

Утверждение 1. Для числовой последовательности $x = (x_0, x_1, \dots, x_n, \dots)$, заданной на подмножестве $X \in L$, существует единственное, однозначное и непрерывное отображение $F: X \rightarrow L$ в виде разностной

$$\text{схемы: } x_n = \sum_{j=1}^p a_j x_{n-j}, \quad n \geq p.$$

Утверждение 2. Пусть имеем последовательность наблюдений $y = (y_0, y_1, \dots)$, элементы которой равны $y_n = x_n + \xi_n$, где для x_n справедлива

$$x_n = \sum_{j=1}^p a_j x_{n-j}, \quad n \geq p, \quad \xi_n - \text{гауссовский шум с нуле-$$

вым математическим ожиданием и дисперсией σ_ξ^2 . Тогда последовательность y_n представляет собой процесс авторегрессии — скользящего среднего $ARMA(p, p)$.

Утверждение 3. Пусть задана последовательность $x = (x_0, x_1, \dots, x_n, \dots)$ равномерно дискретизованных значений некоторой функции: $x_n = f(n\Delta; \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m)$, $n = 0, 1, 2, \dots$, $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m) -$

вектор параметров. Тогда последовательности x однозначно соответствует некоторый вектор a конечного или бесконечномерного векторного пространства, координаты которого являются коэффициентами разностной схемы

$$x_n = \sum_{j=1}^p a_j x_{n-j}, \quad n \geq p.$$

Пример. Пусть исследуется зависимость $y=A \exp(Bt)$, соответствующий временной ряд $y_n=A \exp(Bt_n)=A \exp(B\Delta n)$, n – номер отсчета, $n=1, N$. Применяем к последовательности отсчетов $y_n=A \exp(B\Delta n)$ Z -преобразование, получим в области изображений:

$$Y(Z) = \sum_{n=0}^{\infty} A \exp(B\Delta n) z^{-n} = A \sum_{n=0}^{\infty} \exp(n(B\Delta - \ln z)) = \frac{A}{1 - \exp(B\Delta - \ln z)} = \frac{A}{1 - \exp(B\Delta) z^{-1}},$$

или $Y(Z)(1 - \exp(B\Delta) z^{-1}) = A$. Для последнего уравнения выполняем обратное Z -преобразование, в области оригиналов получим разностную схему: $y_n = \exp(B\Delta) y_{n-1} + A \delta(n)$, где $\delta(n)$ – символ Кронекера, откуда следует, что $\delta(n)=0, n \geq 2$, и $y_n = \exp(B\Delta) y_{n-1}, n \geq 2$.

Аналогично, для зависимости $y=A+Bt+Ct^2$ получим разностную схему в виде: $y_n=3y_{n-1}-3y_{n-2}+y_{n-3}$. После проведения замены переменных $z_n=z_n-z_{n-1}$ получим разностное уравнение вида $z_n=2z_{n-1}-z_{n-2}$. Таким образом, разностная схема представляет собой процесс авторегрессии порядка p с нулевым шумом (отсутствие ошибок измерения).

Иллюстративный пример моделирования на ПЭВМ

Численное моделирование проведено на примерах нескольких временных рядов, являющимися моделями некоторых характеристик технических систем по имитационной модели, разработанной в

среде Matlab.

Экспериментальное исследование качества сглаживания временного ряда проводилось в сравнении с результатами непараметрической идентификации нелинейной регрессионной модели сигнала [10]. В [12] были проведено численное моделирование алгоритмов фильтрации, прогнозирования и распознавания состояний измеряемых сигналов ДО по методике [10]. На модельный сигнал накладывались различные шумы уровня, не превышающего 30 % от максимального значения полезного сигнала: равномерный шум на интервалах $[-5;5]$, $[-10;10]$, $[-150;150]$, $[-300;300]$; гауссовский шум с параметрами $N(0,10)$, $N(0,50)$, $N(0,10000)$, $N(0,50000)$. По полученным данным (временным рядам) были построены фильтрованные значения по 1000 точкам. В качестве показателя уровня шума использована относительная погрешность γ , вычисленная по формуле:

$$\gamma = \frac{1}{1000} \sum_{i=1}^{1000} \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right| \cdot 100 \%, \quad \text{где } \hat{y}_i - \text{значение сигнала, уровень шума в котором измеряется; } y_i - \text{истинное значение сигнала.}$$

На рисунке показана удовлетворительная точность сглаживания временного ряда, тогда как непараметрическая фильтрация по работе [10] дает эффект в 14 % против 30 %-й первоначальной зашумленности.

Выводы

Рассмотрен новый подход и реализующие его алгоритмы к решению проблемы сглаживания и реконструкции формы состояний стохастического объекта, представленного временным рядом, на основе модели обобщенных эталонов состояний.

Показано, что идентификацию состояний дина-

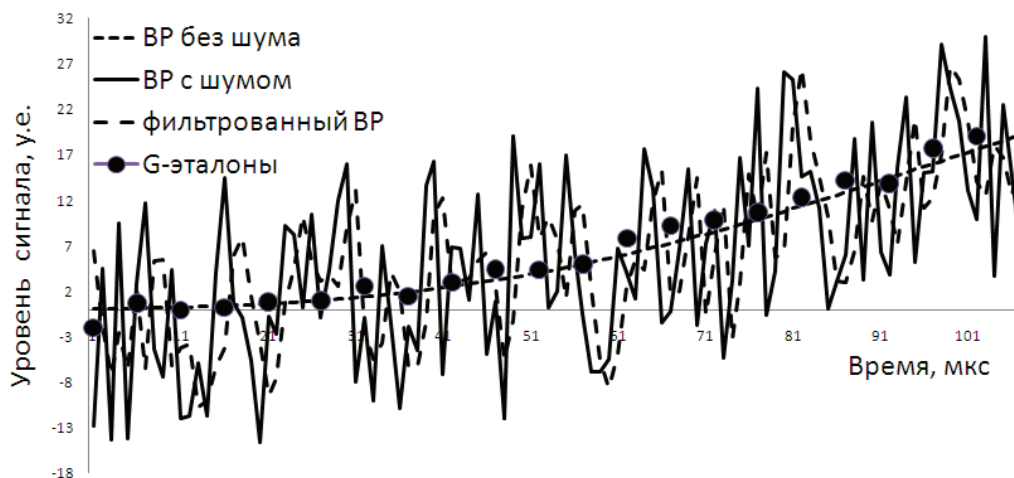


Рисунок. Результат фильтрации модельного сигнала; по оси OX – дискретные отсчеты времени, OY – уровень сигнала, ВР – временной ряд

мического объекта возможно осуществлять по значениям коэффициентов авторегрессионной модели, построенной по обобщенным эталонам. Многочисленные экспериментальные исследования авторов позволяют утверждать, что изложенные алгоритмы позволяют уверенно распознавать состояния

динамических объектов с неопределенностью.

Изложенные алгоритмы могут служить основой автоматизированной обработки нестационарных временных рядов с нелинейным трендом.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 09-09-99014-р_офи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. — М.: Наука, 1981. — 508 с.
2. Неймарк Ю.И. Компьютерная концепция исследования конкретных динамических систем // Нелинейные колебания механических систем: Труды VII Всеросс. научной конф. — Нижний Новгород, 2005. — С. 17–18.
3. Тюкин И.Ю., Терехов В.А. Адаптация в нелинейных динамических системах. — СПб.: ЛКИ, 2008. — 384 с.
4. Глухов В.В. Техническое диагностирование динамических систем. — М.: Транспорт, 2000. — 96 с.
5. Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика: Исследование зависимостей. — М.: Финансы и статистика, 1985. — 487 с.
6. Орлов Ю.Н., Осминин К.П. Анализ нестационарных временных рядов / Препринт Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН. — 2007. — № 36. — 24 с.
7. Моттль В.В., Мучник И.Б. Скрытые марковские модели в структурном анализе сигналов. — М.: Физматлит, 1999. — 352 с.
8. Афанасьев В.Н., Юзбашев М.М. Анализ временных рядов и прогнозирование. — М.: Финансы и статистика, 2001. — 228 с.
9. Кук Ю.В., Лаврикова Е.И. Спектральный метод распознавания состояний динамических систем // Комп'ютерні засоби, мережі та системи. — 2007. — № 6. — С. 133–140.
10. Васильев В.А., Добровидов А.В., Кошкин Г.М. Непараметрическое оценивание функционалов от распределений стационарных последовательностей. — М.: Наука, 2004. — 508 с.
11. Колесникова С.И., Букреев В.Г. Распознавание состояний динамической системы // Цифровая обработка сигналов и ее применение: Сб. докл. XI Междунар. научно-техн. конф. — М., 2009. — С. 619–622.
12. Колесникова С.И., Лаходынов В.С., Цой Ю.Р. Исследование качества распознавания состояний стохастической системы // Информационные технологии. — 2010. — № 6. — С. 56–62.
13. Колесникова С.И., Букреев В.Г., Мертвецов А.Н., Цой Ю.Р. Информационная система для распознавания состояний стохастической системы // Программные продукты и системы. — 2010. — № 4. — С. 12–17.
14. Дуда Р., Харт П. Распознавание образов и анализ сцен: Пер. с англ. — М.: Мир, 1976. — 510 с.
15. Загоруйко Н.Г. Прикладные методы анализа данных и знаний. — Новосибирск: Изд-во Ин-та математики, 1999. — 270 с.
16. Zagoruiko N.G., Borisova I.A., Dyubanova V.V., Kutnenko O.A. Methods of Recognition Based on the Function of Rival Similarity // Pattern Recognition and Image Analysis. — 2008. — V. 18. — № 1. — P. 1–6.
17. Волченко Е.В. Модифицированный метод потенциальных функций // Бионика интеллекта. — 2006. — № 1 (64). — С. 86–92.
18. Дюкова Е.В., Песков Н.В. Поиск информативных фрагментов описаний объектов в дискретных процедурах распознавания // Журн. вычислит. математ. и математ. физики. — 2002. — Т. 42. — № 5. — С. 741–753.
19. Тырсин А.Н. Идентификация нестационарных экономических процессов на основе дискретно-совпадающих моделей авторегрессии // Известия Уральского государственного экономического университета. — 2004. — № 9. — С. 44–51.
20. Яковлев Г.Н. Функциональные пространства. — М.: МФТИ, 2000. — 128 с.

Поступила 12.03.2010 г.